

探討發行或有資本對公司的影響

—考慮SB + RE + Long forward之情境

基本假設(1)



符號

公司期初資產價值： $V(0)$

公司期末資產價值： $V(T)$

公司價值波動度： σ_1

無風險利率： r

破產成本： α

相關係數： ρ

某標的資產期初價值： $G(0)$

某標的資產期末價值： $G(T)$

某標的資產價值波動度： σ_2

營業所得稅率： tax

標準常態隨機變數： Z_1 、 Z_2

模型的基本假設

公司資產價值

$$V(T) = V(0)e^{(r - \frac{\sigma_1^2}{2})T + \sigma_1 Z_1(T)} = V(0)e^{\sigma_1 B_1(T)}$$

其中 $B_1(T) = \frac{1}{\sigma_1}[(r - \frac{\sigma_1^2}{2})T + \sigma_1 Z_1(T)]$

某標的資產價值

$$G(T) = G(0)e^{(r - \frac{\sigma_2^2}{2})T + \sigma_2 Z_2(T)} = G(0)e^{\sigma_2 B_2(T)}$$

其中 $B_2(T) = \frac{1}{\sigma_2}[(r - \frac{\sigma_2^2}{2})T + \sigma_2 Z_2(T)]$

基本假設(2)

公司發行債券與避險部位之相關符號

- RE被轉換成股票時仍須付息。
- 公司破產時不用考慮RE轉換問題。
- Long forward的部位大小 m 是為了消除RE的效果，後面會計算。

	到期時間 (maturity)	面額 (face value)	票面利率 (coupon rate)	利息 (coupon)
SB	T	D_1	C_1	$C_1 D_1 T$
RE	T	D_2	C_2	$C_2 D_2 T$

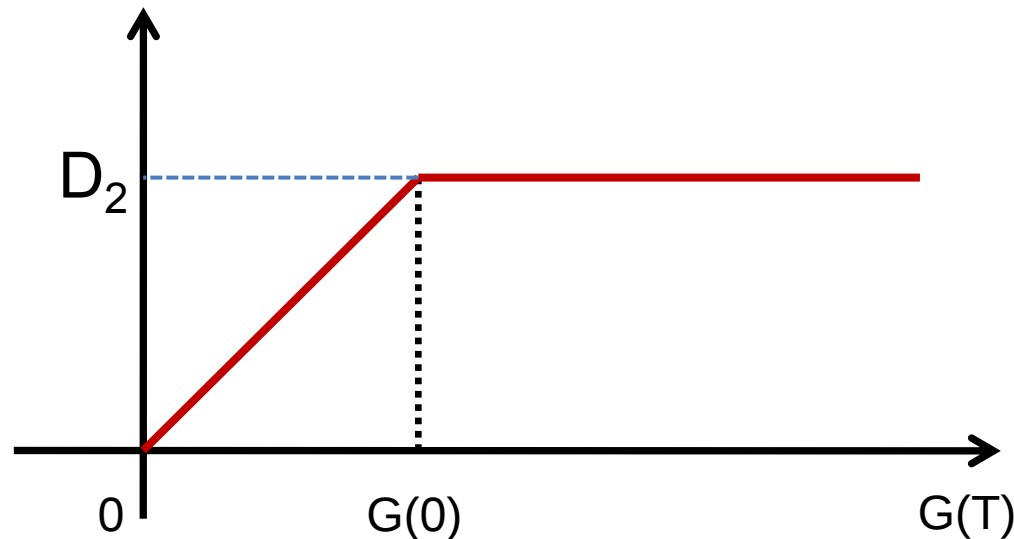
	到期時間 (maturity)	部位大小	遠期價格 (forward price)
Unwind (Long forward)	T	$m = \frac{D_2}{S(0)}$	F

反轉可替換債券(RE)

- Reverse Convertible Bond (RC)被轉換為發行者的股票
- Reverse Exchangeable Bond (RE)被替換成其他標的資產

$$\text{Terminal Value} = \begin{cases} D_2 & , \text{ if } G(T) \geq G(0) \\ D_2 \frac{G(T)}{G(0)} & , \text{ if } G(T) < G(0) \end{cases}$$

Terminal value

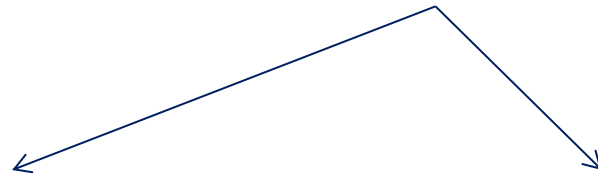


公式推導—Forward Price

F : forward price, 使 $\text{Forward Value} = 0$

Forward Value

$$= \tilde{E} \left[m(G(T) - F)e^{-rT} I_{\{\text{遠期部位獲利}\}} \right] - \tilde{E} [\text{Min}[m(F - G(T), (1 - \alpha)V(T))] e^{-rT} I_{\{\text{遠期部位損失}\}}]$$



$$- \tilde{E} [m(F - G(T)) e^{-rT} I_{\{\text{遠期損失且足額支付}\}}] - \tilde{E} [(1 - \alpha)V(T) e^{-rT} I_{\{\text{遠期損失且不足支付}\}}]$$

$$= \tilde{E} \left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{遠期部位獲利}\}} \right] mG(0)e^{-rT} - \tilde{E} \left[I_{\{\text{遠期部位獲利}\}} \right] mFe^{-rT}$$

$$- \tilde{E} \left[I_{\{\text{遠期損失且足額支付}\}} \right] mFe^{-rT} + \tilde{E} \left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{遠期損失且足額支付}\}} \right] mG(0)e^{-rT}$$

$$- \tilde{E} [e^{\sigma_1 B_1(T)} I_{\{\text{遠期損失且不足支付}\}}] (1 - \alpha)V(0)e^{-rT} = 0$$

公式推導

以不同角度來推導下列公式

$V_L = \text{Debt} + \text{Equity}$ 的角度 

- Equity
- Debt
- SB
- RE

$V_L = V_A + \text{TB} - \text{BC}$ 的角度 

- V_A
- TB
- BC

公式推導—Equity ($V_L = \text{Debt} + \text{Equity}$)



Equity

$$\begin{aligned} &= \tilde{E}\{ [V(T) + m(G(T) - F) - [D_1 + D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T)] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{未轉換}\}} \} \\ &+ \tilde{E}\{ [V(T) + m(G(T) - F) - [D_1 + \frac{G(T)}{G(0)} D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T)] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \} \end{aligned}$$



轉換成股票仍須付息

$$\begin{aligned} &= \tilde{E}\left\{ e^{\sigma_1 B_1(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{未轉換}\}} \right\} V(0) e^{-rT} + \tilde{E}\left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{未轉換}\}} \right] mG(0) e^{-rT} \\ &- \tilde{E}\left[I_{\{\text{存活}, RE \text{未轉換}\}} \right] mF e^{-rT} - \tilde{E}\left[I_{\{\text{存活}, RE \text{未轉換}\}} \right] [D_1 + D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T)] e^{-rT} \\ &+ \tilde{E}\left\{ e^{\sigma_1 B_1(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \right\} V(0) e^{-rT} + \tilde{E}\left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \right] mG(0) e^{-rT} \\ &- \tilde{E}\left[I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \right] mF e^{-rT} - \tilde{E}\left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \right] D_2 e^{-rT} \\ &- \tilde{E}\{ I_{\{\text{存活}, RE \text{已轉換}\}} \} [D_1 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T)] e^{-rT} \end{aligned}$$

公式推導－*Debt* ($V_L = \text{Debt} + \text{Equity}$)

Debt

$$= \tilde{E}\{ [D_1 + D_2 + C_1 D_1 T + C_2 D_2 T] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{ 未轉換}\}} \}$$

$$+ \tilde{E}\{ [D_1 + \frac{G(T)}{G(0)} D_2 + C_1 D_1 T + C_2 D_2 T] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{ 已轉換}\}} \}$$

$$+ \tilde{E}\{ \text{Max}[(1 - \alpha)V(T) + m(G(T) - F), 0] e^{-rT} I_{\{\text{破產}\}} \}$$

$$= (D_1 + C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) e^{-rT} \tilde{E}[I_{\{\text{存活}\}}] + D_2 e^{-rT} \tilde{E}[I_{\{\text{存活}, RE \text{ 未轉換}\}}]$$

$$+ \tilde{E}\left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{存活}, RE \text{ 未轉換}\}} \right] D_2 e^{-rT} + \tilde{E}\left\{ e^{\sigma_1 B_1(T)} I_{\{\text{破產}, \text{遠期足額支付}\}} \right\} (1 - \alpha)V(0)e^{-rT}$$

$$+ \tilde{E}\left\{ e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{破產}, \text{遠期足額支付}\}} \right\} mG(0)e^{-rT} - \tilde{E}\left[I_{\{\text{破產}, \text{遠期足額支付}\}} \right] mF e^{-rT}$$

公式推導— SB ($V_L = \text{Debt} + \text{Equity}$)

SB

$$= \tilde{E} \left\{ (D_1 + C_1 D_1 T) e^{-rT} I_{\{\text{存活}\}} \right\} \\ + \tilde{E} \left\{ \text{Min}[D_1 + C_1 D_1 T, \text{Max}[(1 - \alpha)V(T) + m(G(T) - F), 0]] e^{-rT} I_{\{\text{破產}\}} \right\}$$

$$= (D_1 + C_1 D_1 T) e^{-rT} \tilde{E}[I_{\{\text{存活}\}}] + (D_1 + C_1 D_1 T) e^{-rT} \tilde{E}[I_{\{\text{破產, SB全拿, RE拿部分, 遠期足額支付}\}}] \\ + \tilde{E} \left\{ e^{\sigma_1 B_1(T)} I_{\{\text{破產, SB拿部分, RE無, 遠期足額支付}\}} \right\} (1 - \alpha)V(0)e^{-rT} \\ + \tilde{E} \left[e^{\sigma_2 B_2(T)} I_{\{\text{破產, SB拿部分, RE無, 遠期足額支付}\}} \right] mG(0)e^{-rT} \\ - \tilde{E} \left[I_{\{\text{破產, SB拿部分, RE無, 遠期足額支付}\}} \right] mFe^{-rT}$$

公式推導－ RE ($V_L = \text{Debt} + \text{Equity}$)



RE

$$= \tilde{E}[D_2 + C_2 D_2 T] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{ 未轉換}\}} \}$$

$$+ \tilde{E}\left[D_2 \frac{G(T)}{G(0)} + C_2 D_2 T\right] e^{-rT} I_{\{\text{存活}, RE \text{ 已轉換}\}} \}$$

$$+ \tilde{E}\{\text{Max}[(1 - \alpha)V(T) + m(G(T) - F) - (D_1 + C_1 D_1 T), 0]$$

$$e^{-rT} I_{\{\text{破產}, \text{SB 全拿}, RE \text{ 拿部分}, \text{遠期足額支付}\}} \}$$



公式推導($V_L = VA + TB - BC$)

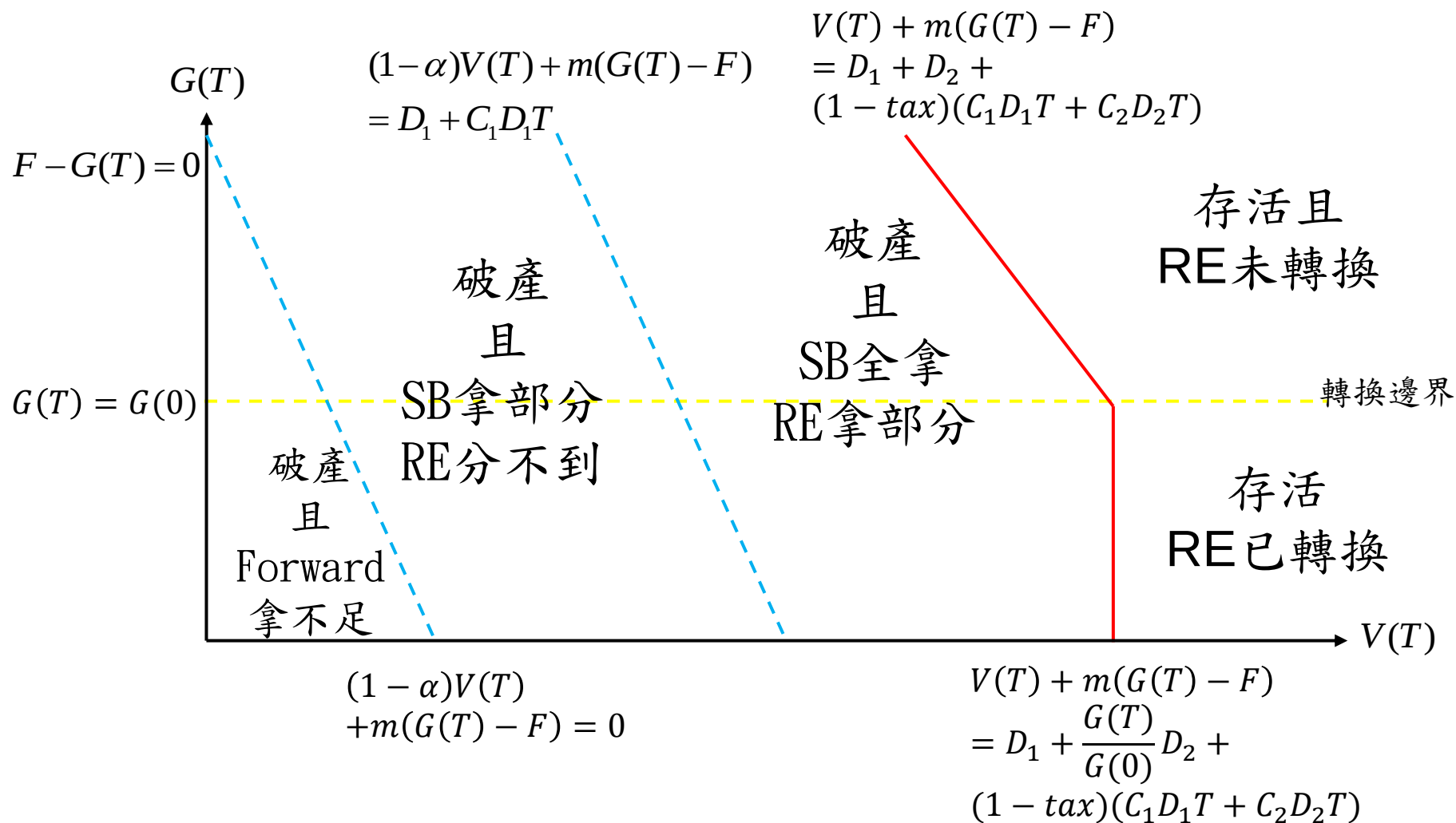


$$VA = Call(X = 0)$$

$$TB = \tilde{E} \{ tax(D_1 T + C_2 D_2 T) e^{-rT} I_{\{\text{存活}\}} \} e^{-rT}$$

$$BC = \tilde{E} \left[\alpha V(T) I_{\{\text{破產}\}} \right] e^{-rT}$$

SB + RE + Long forward 分析圖



為了消除RE的效果，故令 $m = \frac{D_2}{G(0)}$

轉換積分範圍後之邊界設定(1)



存活／破產 (RE未轉換) 之邊界

代號

方程式

$$B_1(T) = \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) + mF - mG(0)e^{\sigma_2 B_2(T)}}{V(0)} \right]$$

d_1

定義域

$$B_1(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) + mF}{V(0)} \right] \right]$$

$d_{1_b1_asym}$

$$B_2(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_2} \log \left[\frac{D_1 + D_2 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) + mF}{m G(0)} \right] \right]$$

$d_{1_b2_asym}$

存活／破產 (RE已轉換) 之邊界

代號

方程式

$$\begin{aligned} B_1(T) &= \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + D_2 e^{\sigma_2 B_2(T)} + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) + mF - mG(0)e^{\sigma_2 B_2(T)}}{V(0)} \right] \\ &= \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + (1 - tax)(C_1 D_1 T + C_2 D_2 T) + mF}{V(0)} \right] \end{aligned}$$

d_2

$$\because m = \frac{D_2}{G(0)}$$

轉換積分範圍後之邊界設定(2)

破產_SB全拿，RE拿部分／SB拿部分，RE分不到 之邊界

代號

方程式

$$B_1(T) = \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + C_1 D_1 T + mF - mG(0)e^{\sigma_2 B_2(T)}}{(1 - \alpha)V(0)} \right]$$

d_3

定義域

$$B_1(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{D_1 + C_1 D_1 T + mF}{(1 - \alpha)V(0)} \right] \right]$$

$d_{3_b1_asym}$

$$B_2(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_2} \log \left[\frac{D_1 + C_1 D_1 T + mF}{m G(0)} \right] \right]$$

$d_{3_b2_asym}$

破產_遠期足額支付／遠期不足支付 之邊界

代號

方程式

$$B_1(T) = \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{mF - mG(0)e^{\sigma_2 B_2(T)}}{(1 - \alpha)V(0)} \right]$$

d_4

定義域

$$B_1(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_1} \log \left[\frac{mF}{(1 - \alpha)V(0)} \right] \right]$$

$d_{4_b1_asym}$

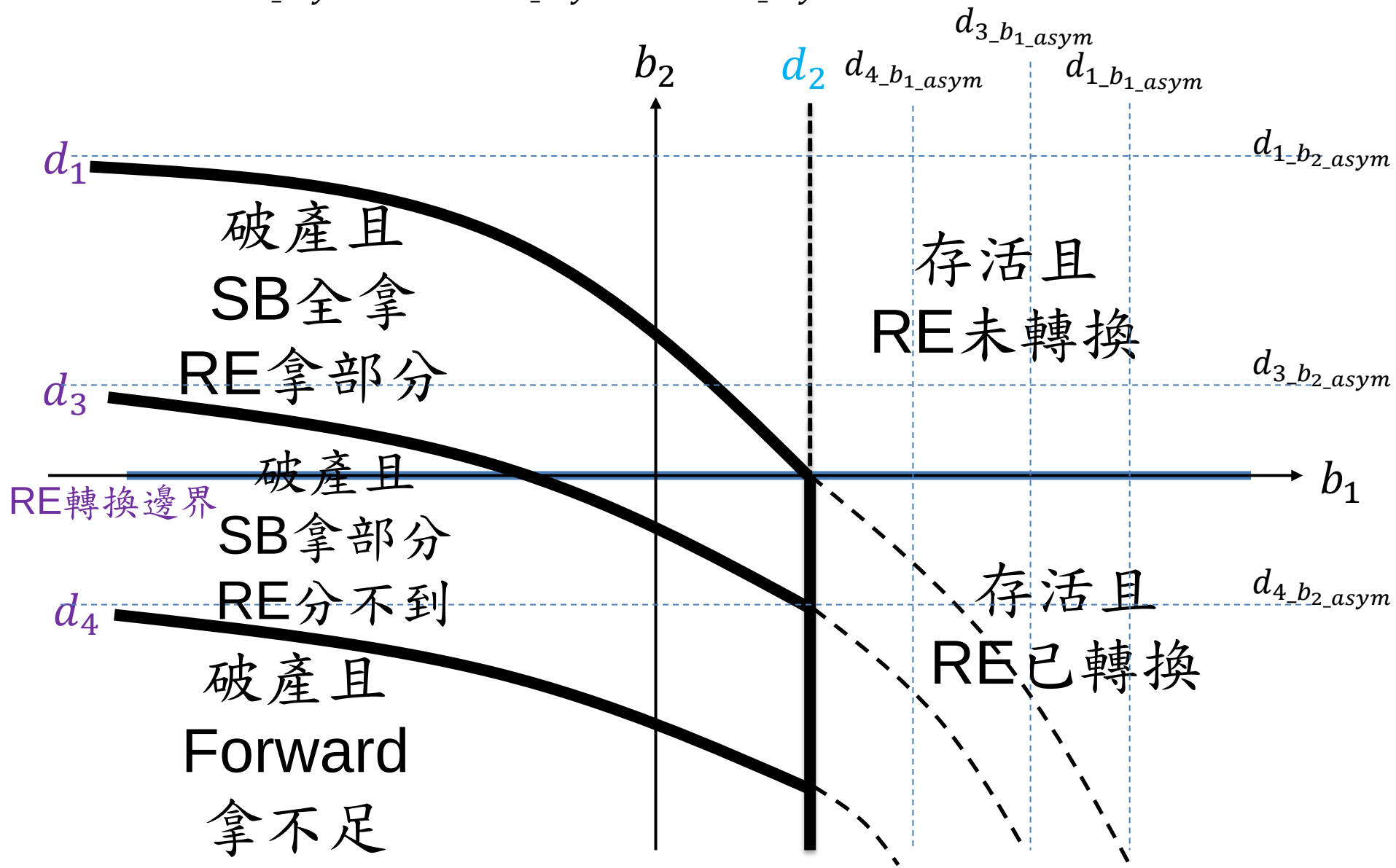
$$B_2(T) \in \left(-\infty, \frac{1}{\sigma_2} \log \left[\frac{F}{G(0)} \right] \right]$$

$d_{4_b2_asym}$

座標轉換成 b_1 、 b_2 後之積分範圍(情況一)



當 $d_2 < d_{4_b1_asym}$ 且 $d_{3_b1_asym} < d_{1_b2_asym}$



座標轉換成 b_1 、 b_2 後之積分範圍(情況二)

當 $d_{4_{b_1_{\text{asym}}}} < d_2 < d_{3_{b_1_{\text{asym}}}}$ 且 $d_{3_{b_1_{\text{asym}}}} < d_{1_{b_2_{\text{asym}}}}$

座標轉換成 b_1 、 b_2 後之積分範圍(情況三)

當 $d_{3_{b_1_{asym}}} < d_2$ 且 $d_{3_{b_1_{asym}}} < d_{1_{b_2_{asym}}}$

Next

- 考慮SB + RE + Short Put option之情境

新加入兩種情境探討對公司的影響

情境

- SB+JB
- SB+GB
- SB+JB+Short forward
- SB+RE
- SB+RC
- SB+GB+Long forward(unwind)
- SB+RE+Long forward(unwind)
- SB+RE+Short Put option

欲探討之問題

- 信用增強效果
- 財富移轉問題
- 資產替代問題
- 最適資本結構
- 敏感度分析